

ИССЛЕДОВАНИЕ ВОЗМОЖНОСТИ ОПТИМИЗАЦИИ ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ NV-ЦЕНТРОВ И ФОТОНОВ ПУТЕМ ИЗМЕНЕНИЯ ФОРМЫ МИКРОРЕЗОНАТОРОВ

© 2023 г. А. В. Цуканов¹, *, И. Ю. Катеев¹, **

¹Физико-технологический институт им. К.А. Валиева РАН, Нахимовский проспект, 34, Москва, 117218 Россия

*E-mail: tsukanov@ftian.ru

**E-mail: ikateyev@mail.ru

Поступила в редакцию 23.12.2022 г.

После доработки 15.01.2023 г.

Принята к публикации 25.01.2023 г.

В работе в рамках континуального приближения для спектра акустических фононов в кристаллическом алмазе исследованы процессы релаксации и дефазировки электронного состояния NV-центра. Проанализирована модель смешивания возбужденных электронных состояний центра и его влияние на рабиевские осцилляции заселенностей и резонансную флуоресценцию. Сформулированы условия, при которых возможно реализовать квантовые однокубитные операции как в спиновом, так и зарядовом подпространствах NV-центра. Проведено моделирование оптических свойств эллиптических микродисков, содержащих NV-центры, и исследовано влияние асимметрии на спектральные характеристики таких микрорезонаторов.

Ключевые слова: NV-центр в алмазе, потеря когерентности, оптический микрорезонатор, микродиск

DOI: 10.31857/S0544126923700230, **EDN:** PYOPBE

1. ВВЕДЕНИЕ

Оптически активные структурные дефекты в алмазе, такие, как “азот–вакансия” или NV-центр, представляют собой перспективную платформу для изготовления полномасштабных квантовых устройств (более 1000 квантовых битов) – квантовых компьютеров, симуляторов и квантовой памяти [1–3]. К настоящему времени уже продемонстрированы основные одно- и двухкубитные операции, запись кубита в долгоживущие состояния ядерных спинов азота и углерода [4], квантовая телепортация на расстояние более 1 км [5, 6] и алгоритм коррекции ошибок [7]. Вместе с тем, спин-фотонное взаимодействие требует дополнительного улучшения технологии изготовления высокодобротных оптических структур (волноводов и микрорезонаторов) [8, 9]. Это необходимо для оптимизации скорости (частоты Раби) когерентного обмена квантом между центром (стационарным кубитом) и оптической модой (транспортный кубит). Для того чтобы иметь возможность выполнить несколько сотен операций с участием фотонов без потери когерентности, необходимо увеличивать частоту Раби для однофотонного поля и минимизировать потери, связанные с распадом возбужденного электронного состояния центра и с диссипацией фотона из резонатора. Усиление

когерентного взаимодействия центра и моды может быть достигнуто за счет выбора ориентации центра относительно вектора электрической напряженности фотонного поля моды, а также путем совмещения его координат с областью максимальной концентрации электромагнитной энергии в резонаторе (пучностью). Поддержание когерентности при транспортировке фотона от центра к центру можно реализовать благодаря использованию гибридных структур (например, алмаз – нитрид кремния) [10–14]. Подавление электрон-фононной релаксации требует понижения рабочей температуры до гелиевой (4.2 K) и ниже.

Другой вопрос, требующий серьезного исследования с целью оптимизации оптических свойств алмазных структур, состоит в выборе их геометрических параметров, который обеспечивал бы локализацию поля преимущественно в области нахождения центров. Один из подходов к решению данной задачи состоит в контролируемом нарушении симметрии микрорезонаторов (МР), первоначально представляющих собой тела вращения (микродиски и микрокольца). Особенность таких МР состоит в том, что они поддерживают так называемые моды шепчущей галереи (МШГ), где пучности электромагнитного поля располагаются вблизи боковой границы [15]. Из-за пол-

ного внутреннего отражения фотонов от границы МР эти моды имеют очень высокую добротность. Существует несколько типов микродисков с деформированными границами, такие как эллиптические [16] и спиральные [17–20] диски, МР, имеющие форму улитки [21–26] и цветка [27], а также диски с вырезом [28]. Изготовление таких микродисков на основе GaAs производится с помощью методов молекулярно-лучевой эпитаксии, электронно-лучевой литографии с последующим ионным или химическим травлением [29].

Более того, на сегодняшний день уже существуют технологические методики создания фотонных молекул (ФМ) на основе деформированных микродисков. Так, в работе [30] была развита технология изготовления полупроводникового устройства, состоящего из двух связанных спиральных микродисков, бесшовно соединенных вырезами, сбоку от которых располагались два одномодовых волновода. Были измерены оптические спектры ФМ, состоящих из одинаковых дисков, а также для случая, когда размеры дисков отличаются. Если диски были одинаковы, то спектры демонстрировали ярко выраженные расщепленные пики, соответствующие высокодобротным оптическим модам ФМ ($Q \sim 15000$). В случае неидентичных МР расщепления на спектре не наблюдалось. В работе [31] представлена технология изготовления оптической системы, состоящей из резонаторов различного типа: спирального микродиска и МР в форме полукруга. Было показано, что взаимодействие между МР не снижает добротность мод спирального диска, а данная оптическая структура может использоваться в качестве лазера.

Как правило, нарушение симметрии МР приводит к падению его излучательной добротности (см, например, [32]) из-за нарушения циркуляции фотонов вдоль боковой границы, однако в некоторых случаях может наблюдаться ее рост. В работе [33] в рамках теории возмущений были исследованы спектральные характеристики микродиска, имевшего форму цветка, где координата границы МР определялась как $r(\varphi) = R[1 + \varepsilon \cos k\varphi]$. Здесь R — радиус недеформированного диска, $\varepsilon \ll 1$ представляло собой величину деформации, а k определяло число “лепестков” цветка. Оказалось, что при $k = 12$ в диапазоне $\varepsilon \in (0, 0.3)$ добротность антисимметричной моды увеличивается с $Q = 2 \times 10^3$ до $Q = 10^4$. Аналогичный эффект наблюдался и для $k = 10$.

В настоящей работе было проведено моделирование спектральных свойств эллиптических микродисков, поддерживающих МШГ, и исследовано влияние степени асимметрии (размеров большой и малой осей эллипса) на собственную частоту МР, его добротность и амплитуду электрического поля.

2. ЭЛЕКТРОН-ФОТОННЫЕ ПРОЦЕССЫ В NV-ЦЕНТРЕ В АЛМАЗЕ

При низких температурах ($T < 8$ К) ширина оптического циклического перехода с участием состояний из верхней ветви (например, $|^3A_{2,0}\rangle \leftrightarrow |E_x\rangle$) определяется процессами а) прямой *оптической релаксации (спонтанной эмиссии)*, б) *спектральной диффузии*, а также в) *фотоионизацией* центра. Два последних эффекта усиливаются с ростом мощности P лазерного излучения. Так, скорость ионизации возрастает линейно от значения $\Gamma_{\text{ion}} \sim 10 \text{ с}^{-1}$ при $P = 0.1 \text{ мкВт}$ до $\Gamma_{\text{ion}} \sim 10^4 \text{ с}^{-1}$ при $P = 100 \text{ мкВт}$ [13]. Если говорить об однофотонных полях, то данными процессами можно пренебречь. При температурах выше 10 К орбитальные ветви E_x и E_y возбужденного состояния 3E NV-центра смешиваются друг с другом за счет фононного влияния. Процесс смешивания происходит за время, значительно меньшее, чем время спонтанной эмиссии. В нижней ветви E_y спиновые подуровни смешиваются гораздо сильнее, чем в верхней ветви E_x , если в кристалле присутствуют локальные механические напряжения. Смешивание вызывает нарушение оптических правил отбора по спину и усиливает процесс безызлучательной релаксации. Это приводит к тому, что переходы из основного состояния в состояния ветви E_y можно наблюдать только при включенном микроволновом поле. Измерения указывают на тождественность электронного фактора Ланде ($g \approx 2$) как для основного, так и для возбужденного орбитальных состояний центра. Следовательно, влияние углового орбитального момента на структуру возбужденных состояний является незначительным. Отчасти оно восстанавливается при наложении сильных механических или электрических полей с энергиями $\xi \sim 10 \text{ ГГц}$, приводящих к разделению ветвей дублета. При комнатной температуре вызываемое фононами смешивание состояний с разными проекциями электронного спина приводит к их расщеплению $\sim 1.4 \text{ ГГц}$, которое может быть обнаружено с помощью техники оптически детектируемого электронного парамагнитного резонанса (ОДЭПР). Данное расщепление испытывает резкий коллапс при $T < 150 \text{ К}$ и полностью отсутствует в обеих ветвях при низкой ($T = 6 \text{ К}$) температуре [14]. Как показывает эксперимент, учет одной только скорости спонтанной эмиссии недостаточен для количественного описания релаксации центра при $T > 10 \text{ К}$. Чтобы выяснить, какие еще процессы влияют на эволюцию возбужденного центра, мы рассмотрим микроскопическую теорию его взаимодействия с фононами, которая строится в соответствии с симметрией орбитальных состояний, и рассчитаем характерные времена потери когерентности.

Гамильтониан взаимодействия NV-центра в возбужденном орбитальном состоянии 3E с фононами кристаллической решетки алмаза записывается следующим образом:

$$H_{e-p} = \sum_i \lambda_i^A V^A (a_i^A + a_i^{A+}) + \sum_i \lambda_i^E [V_x^E (a_{i,x}^E + a_{i,x}^{E+}) - V_y^E (a_{i,y}^E + a_{i,y}^{E+})] + \sum_{i,j} \lambda_{i,j}^A V^A (a_i^A + a_i^{A+}) (a_j^A + a_j^{A+}), \quad (1)$$

где $V_x^E = |E_x\rangle\langle E_x| - |E_y\rangle\langle E_y|$, $V_y^E = |E_x\rangle\langle E_y| + |E_y\rangle\langle E_x|$ и $V^A = |E_x\rangle\langle E_x| + |E_y\rangle\langle E_y|$ – электронные операторы, отвечающие взаимодействию с E -фононами с поляризациями x и y и с A_1 -фононами, соответственно, $a_{i,p}^E$ и a_i^A – оператор уничтожения фононов в i -ой E -моды с поляризацией p и оператор уничтожения фононов в i -ой A_1 -моды, а λ_i^A , λ_i^E и $\lambda_{i,j}^A$ – энергии взаимодействия (деформационные потенциалы), которые в отсутствие резонансных мод пропорциональны $\sqrt{\omega}$ (ω – частота фононной моды). Линейная связь электронного состояния центра с E -фононами вызывает перенос заселенности между состояниями $|E_x\rangle$ и $|E_y\rangle$ (смешивание) в возбужденной подзоне 3E , в то время

как квадратичная связь с A_1 -фононами приводит к уширению линии бесфононного перехода. Наконец, линейное взаимодействие с A_1 -фононами обуславливает сдвиг Стокса частоты перехода и никак не связано со смешиванием и уширением в подзоне 3E , и поэтому данным слагаемым можно пренебречь.

Основной вклад в динамику заселенности дают двухфононные рамановские процессы, включающие в себя а) испускание E -фонона с одной поляризацией и б) поглощение E -фонона с той же энергией, но с другой поляризацией. Применяя золотое правило Ферми в рамках теории возмущений второго порядка, можно рассчитать скорость перехода из верхнего состояния $|E_x\rangle$ в нижнее состояние $|E_y\rangle$:

$$\Gamma_{\text{mix}}^{(x)} = \frac{32}{\pi} \int_{\Delta_\perp}^{\Omega_D} n(\epsilon - \Delta_\perp) [n(\epsilon) + 1] J_E(\epsilon) J_E(\epsilon - \Delta_\perp) \left[\frac{1}{\epsilon^2} + \frac{1}{(\epsilon - \Delta_\perp)^2} \right] d\epsilon. \quad (2)$$

Здесь ϵ – энергия фонона, $n(\epsilon) = [\exp(\epsilon/T) - 1]^{-1}$ – число фононов с заданной энергией ϵ в кристалле при температуре T , $\Delta_\perp = \xi$ – разность энергий верхнего и нижнего состояний, обусловленная внешними полями, $J_E(\epsilon) = \frac{\pi}{2} |\lambda_i^E|^2 \rho(\epsilon)$ – спектральная плотность E -фононов (усреднение проводится по всем E -фононным модам с энергией ϵ), $\rho(\epsilon)$ – плотность фононных мод. В условиях теплового

равновесия скорость возбуждения из нижнего состояния $|E_y\rangle$ в верхнее состояние $|E_x\rangle$ равна $\Gamma_{\text{mix}}^{(y)} = \exp(-\Delta_\perp/T) \Gamma_{\text{mix}}^{(x)}$.

В длинноволновом приближении для акустических фононов с линейной дисперсией спектральная плотность хорошо описывается выражением $J_E(\epsilon) \approx \eta_E \epsilon^3$, а выражение для скорости релаксации приобретает вид

$$\Gamma_{\text{mix}}^{(x)} = \frac{32\eta_E^2}{\pi} \int_{\Delta_\perp}^{\Omega_E} n(\epsilon - \Delta_\perp) [n(\epsilon) + 1] \epsilon(\epsilon - \Delta_\perp) [\epsilon^2 + (\epsilon - \Delta_\perp)^2] d\epsilon, \quad (3)$$

где эффективная энергия обрезания Ω_E для E -фононов отличается от величины Ω_D . Основной вклад в интеграл вносят фононы с энергиями $\epsilon \gg \Delta_\perp$ и, следовательно, в подынтегральном выражении можно ограничиться членами не выше второго порядка

по параметру $\Delta_\perp/\epsilon$: $\epsilon(\epsilon - \Delta_\perp) [\epsilon^2 + (\epsilon - \Delta_\perp)^2] \approx 2\epsilon^2 (\epsilon - \Delta_\perp)^2$. Делая замену переменной $x = \epsilon/T$ и $x_\perp = \Delta_\perp/T$, окончательно получаем

$$\Gamma_{\text{mix}}^{(x)} = \frac{64\eta_E^2 T^5}{\pi} \int_{x_\perp}^{\Omega_E/T} \frac{e^x x^2 (x - x_\perp)^2}{(e^x - 1)(e^{x-x_\perp} - 1)} dx = B_E T^5 I(T). \quad (4)$$

Состояния из мультиплета 3E также подвергаются чистой дефазировке, которая обусловлена упругими процессами двухфотонного рассеяния

(испускание одного A_1 -фонона и поглощение другого A_1 -фонона с той же энергией). Применение золотого правила Ферми дает

$$\Gamma_{\text{deph}} = 2\pi \int_0^{\Omega_D} n(\epsilon) [n(\epsilon) + 1] \overline{|\lambda_{i,j}^A(\epsilon)|^2} \rho_A^2(\epsilon) d\epsilon, \quad (5)$$

где усреднение проводится по всем A_1 -фононным модам с энергией ϵ и $\rho_A(\epsilon)$ – плотность A_1 -фононов. Общепринятым является приближение $\lambda_{i,j}^A \propto \lambda_i^A \lambda_j^A$, которое подразумевает, что $\overline{|\lambda_{i,j}^A(\epsilon)|^2} \rho_A^2(\epsilon) \approx \left(\frac{2}{\pi}\right)^2 \alpha^2 J_A^2(\epsilon)$. Здесь $J_A(\epsilon) = \frac{\pi}{2} \sum_i |\lambda_i^A|^2 \delta(\epsilon - \epsilon_i^A)$ – спектральная плотность A_1 -фононов и $\alpha =$

$= \lambda_i^A \lambda_j^A / \lambda_{i,j}^A$. Используя данное приближение для акустических фононов с $J_A(\epsilon) \approx \eta_A \epsilon^3$, получаем скорость дефазировки:

$$\Gamma_{\text{deph}} = \frac{8}{\pi} \alpha^2 \eta_A^2 \int_0^{\Omega_A} n(\epsilon) [n(\epsilon) + 1] \epsilon^6 d\epsilon \quad (6)$$

с эффективной энергией обрезания Ω_A . Окончательно,

$$\Gamma_{\text{deph}} \approx B_A T^7 \frac{8}{\pi} \alpha^2 \eta_A^2 \int_0^{\Omega_A/T} \frac{e^x x^6}{(e^x - 1)^2} dx, \quad B_A = \frac{8}{\pi} \alpha^2 \eta_A^2. \quad (7)$$

Параметр Ω_A является подгоночным (в работе [34] он равен 50 мэВ, а в работе [35] – 37 мэВ), что существенно меньше энергии Дебая $\Omega_D = 186$ мэВ для алмаза и энергии 64 мэВ пика электрон-фононной спектральной плотности.

Экспериментальное определение скорости обмена энергией между состояниями $|E_x\rangle$ и $|E_y\rangle$ было проведено в работе [36] следующим способом. Вначале авторы измерили суммарное время распада состояния $|E_x\rangle$, отождествляемое со временем τ_{Rabi} затухания оптических рабиевских осцилляций для перехода $|^3A_{2,0}\rangle \leftrightarrow |E_x\rangle$, которые вызывались лазерным импульсом длительностью 60 нс. Скорость счета фотонов прямо пропорциональна заселенности состояния $|E_x\rangle$. По окончании действия импульса она падает экспоненциально, что дает возможность найти время жизни τ_{rad} возбужденного состояния, обусловленное лишь процессами спонтанной эмиссии. Таким обра-

зом, скорость распада $\Gamma_{\text{non-rad}}$, равная сумме скоростей безызлучательных процессов смешивания (Γ_{mix}) и дефазировки (Γ_{deph}), определяется как

$$\Gamma_{\text{non-rad}} = \Gamma_{\text{mix}} + \Gamma_{\text{deph}}. \quad (8)$$

Чтобы рассчитать скорость смешивания населенностей, вызванного фононами, исходя из результатов наблюдения затухающих осцилляций Раби, необходимо понять, как скорости различных процессов соотносятся на временной шкале. Аналитическое решение уравнения Линдблада для трехуровневой модели центра, показанной на рис. 1, где введены две скорости смешивания и две скорости излучательного распада, указывает на то, что интенсивность испускаемой флуоресценции ($\propto \rho_{xx} + \rho_{yy}$) осциллирует с огибающей

$$g(t) = \frac{1}{2} (e^{-t/\tau_{\text{Rabi}}} + A e^{-t/\tau_2} + B), \quad (9)$$

где

$$\frac{1}{\tau_{\text{Rabi}}} = \frac{3}{4} \Gamma_{\text{rad}}^{(x)} + \frac{1}{2} (\Gamma_{\text{mix}}^{(x)} + \Gamma_{\text{deph}}), \quad \frac{1}{\tau_2} = \frac{1}{2} (2\Gamma_{\text{rad}}^{(y)} + \Gamma_{\text{mix}}^{(x)} + 2\Gamma_{\text{mix}}^{(y)}), \quad (10)$$

$$A = \frac{-\Gamma_{\text{mix}}^{(x)}}{2\Gamma_{\text{rad}}^{(y)} + \Gamma_{\text{mix}}^{(x)} + 2\Gamma_{\text{mix}}^{(y)}}, \quad B = \frac{2(\Gamma_{\text{rad}}^{(y)} + \Gamma_{\text{mix}}^{(x)} + \Gamma_{\text{mix}}^{(y)})}{2\Gamma_{\text{rad}}^{(y)} + \Gamma_{\text{mix}}^{(x)} + 2\Gamma_{\text{mix}}^{(y)}}. \quad (11)$$

Поскольку состояния $|E_x\rangle$ и $|E_y\rangle$ разделены щелью $3.9 \text{ ГГц} \ll k_B T / 2\pi\hbar$, то полагаем $\Gamma_{\text{mix}}^{(x)} \approx \Gamma_{\text{mix}}^{(y)}$, что устанавливает верхний предел $A \leq \frac{1}{3}$. Таким образом, можно пренебречь слагаемым в $g(t)$, затуха-

ющим за время τ_2 , и положить время потери когерентности Раби равным τ_{Rabi} .

Перепишем уравнение (10) в виде

$$\Gamma_{\text{mix}}^{(x)} + \Gamma_{\text{deph}} = 2 \left(\frac{1}{\tau_{\text{Rabi}}} - \frac{3}{4} \Gamma_{\text{rad}}^{(x)} \right), \quad (12)$$

полагая $\Gamma_{\text{rad}}^{(x)} = \Gamma_{\text{rad}} = 1/\tau_{\text{rad}}$ и $\Gamma_{\text{mix}}^{(x)} = \Gamma_{\text{mix}}$. Тогда скорость распада равна

$$\Gamma_{\text{non-rad}} = \Gamma_{\text{mix}} + \Gamma_{\text{deph}} = 2\left(\frac{1}{\tau_{\text{Rabi}}} - \frac{3}{4}\Gamma_{\text{rad}}\right). \quad (13)$$

В пределе $\Gamma_{\text{mix}} \rightarrow 0$ из уравнения (9) следует ожидаемый результат

$$g'(t) = \frac{1}{2}(1 + e^{-t/\tau_{\text{Rabi}}}), \quad (14)$$

где

$$\frac{1}{\tau_{\text{Rabi}}} = \frac{3}{4}\Gamma_{\text{rad}} + \frac{1}{2}\Gamma_{\text{deph}}. \quad (15)$$

Экспериментально найденная зависимость $\Gamma_{\text{non-rad}} \propto T^5$ подтверждает теоретическое предположение, что основной вклад в безызлучательную релаксацию центра вносят двухфоновные процессы. Измерения поляризации испускаемых фотонов демонстрируют устойчивую селективность при $T = 5$ К и равновзвешенную смесь x - и y -фотонов при $T = 20$ К, что связано с резким усилением переходов $|E_x\rangle \leftrightarrow |E_y\rangle$ на данном температурном интервале. Однофоновные процессы будут вносить ощутимый вклад ($\propto \Delta_{\perp}^2 T$) при более высокой температуре T и больших величинах расщепления $\Delta_{\perp}$.

Механизм уширения связывается как со спонтанной эмиссией, так и со смешиванием и чистой дефазировкой оптического перехода, обусловленных взаимодействием центра с фоновыми модами:

$$\Gamma_{\text{ZPL}} = \Gamma_{\text{rad}} + \frac{\Gamma_{\text{mix}}}{2\pi} + \frac{\Gamma_{\text{deph}}}{\pi}. \quad (16)$$

Сравнение данных модели с результатами экспериментов позволяет получить значения параметров, входящих в выражения (4) и (7): $B_E = 1.32 \text{ ГцК}^{-5}$, $\Omega_E = 13.4 \pm 1 \text{ мэВ}$, $B_A = 24 \pm 4 \text{ мкГцК}^{-7}$, $\Omega_A = 37 \pm 2 \text{ мэВ}$ и $\Gamma_{\text{rad}} = 1/\tau_{\text{rad}} = 16.2 \pm 0.5 \text{ МГц}$ [35]. Как следует из результатов измерений ОДЭПР, времена жизни центра в возбужденном состоянии с проекциями спина $m_S = 0$ и $m_S = -1$ зависят от конкретного образца и варьируются от больших значений $\tau_{\text{rad}}(m_S = 0) = 23 \text{ нс}$ и $\tau_{\text{rad}}(m_S = -1) = 12.7 \text{ нс}$ в работе [37] или $\tau_{\text{rad}}(m_S = 0) = 17.8 \text{ нс}$ и $\tau_{\text{rad}}(m_S = -1) = 9.0 \text{ нс}$ в работе [38] до малых значений $\tau_{\text{rad}}(m_S = 0) = 12 \text{ нс}$ и $\tau_{\text{rad}}(m_S = -1) = 7.8 \text{ нс}$ в работе [39] (все данные получены при комнатной температуре).

Проверим, дают ли измерения скорости затухания осцилляций Раби и поляризации флуоресценции последовательную картину смешивания населенностей. Возьмем значения Γ_{mix} , полученные из данных по наблюдению осцилляций Раби, и используем их для моделирования деполяризации испускаемых центром фотонов. Для просто-

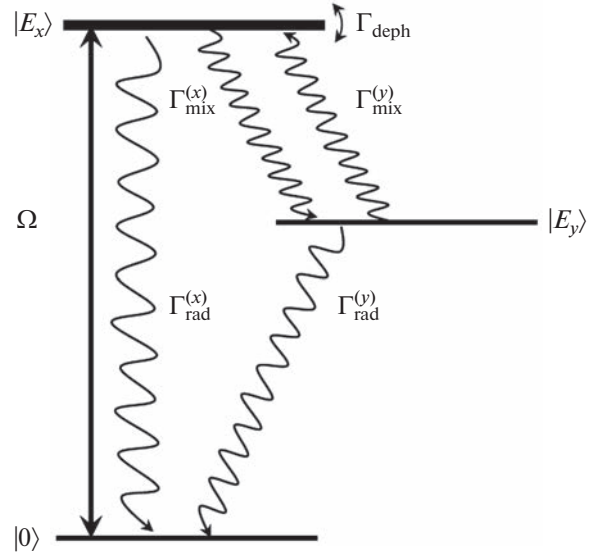


Рис. 1. Трехуровневая система для моделирования смешивания населенностей уровней $|E_x\rangle$ и $|E_y\rangle$. $\Gamma_{\text{mix}}^{(x)}$ и $\Gamma_{\text{mix}}^{(y)}$ — скорости прямого смешивания, $\Gamma_{\text{rad}}^{(x)}$ и $\Gamma_{\text{rad}}^{(y)}$ — скорости излучательного распада, Γ_{deph} — скорость потери когерентности.

ты ограничим наш анализ временем после окончания действия возбуждающего импульса и будем игнорировать смешивание состояний во время его действия. Таким образом, мы предполагаем, что NV-центр находится в состоянии $|E_x\rangle$, а состояние $|E_y\rangle$ не заселено. Рассмотрим трехуровневую систему, образованную “светлым” состоянием $|B\rangle$, “темным” состоянием $|D\rangle$ и основным состоянием $|G\rangle$, которые соответствуют состояниям $|E_x\rangle$, $|E_y\rangle$ и $|^3A_{2,0}\rangle$. Уравнения для населенностей имеют следующий вид:

$$\begin{aligned} \dot{\rho}_B &= -\Gamma_{\text{rad}}\rho_B - \Gamma_{\text{mix}}(\rho_B - \rho_D) \\ \dot{\rho}_D &= -\Gamma_{\text{rad}}\rho_D + \Gamma_{\text{mix}}(\rho_B - \rho_D), \end{aligned} \quad (17)$$

где Γ_{rad} — скорость излучательного распада состояний $|B\rangle$ и $|D\rangle$ в основное состояние $|G\rangle$, а Γ_{mix} — скорость смешивания населенностей состояний $|B\rangle$ и $|D\rangle$. Используя начальные условия $\rho_B(0) = 1, \rho_D(0) = 0$, находим

$$\begin{aligned} \rho_B(t) &= \frac{1}{2}e^{-\Gamma_{\text{rad}}t}(1 + e^{-2\Gamma_{\text{mix}}t}) \\ \rho_D(t) &= \frac{1}{2}e^{-\Gamma_{\text{rad}}t}(1 - e^{-2\Gamma_{\text{mix}}t}). \end{aligned} \quad (18)$$

Для подгонки интенсивности наблюдаемой флуоресценции к решению уравнений необходимо учесть низкую селективность поляризации. Мы осуществили аппроксимацию данных следующим образом:

$$\begin{aligned}\tilde{\rho}_B(t) &= A[(1 - \varepsilon)\rho_B(t - \tau_0) + \varepsilon\rho_D(t - \tau_0)] \\ \tilde{\rho}_D(t) &= A[(1 - \varepsilon)\rho_D(t - \tau_0) + \varepsilon\rho_B(t - \tau_0)],\end{aligned}\quad (19)$$

где ε — погрешность селективности поляризации. Из сравнения с результатами измерений времени затухания осцилляций Раби, мы определили значения скоростей смешивания $\Gamma_{\text{mix}}(5 \text{ K}) = 2\pi \times 0.88 \text{ МГц}$ и $\Gamma_{\text{rad}}(20 \text{ K}) = 2\pi \times 18.5 \text{ МГц}$. Подогнав все четыре набора данных одновременно и используя эти два значения Γ_{rad} , а также общие подгоночные параметры, получаем $A = 0.90 \pm 0.06\sqrt{2}$, $\tau_0 = -3.6 \pm 0.8 \text{ нс}$ и $\varepsilon = (10 \pm 2)\%$. Мы видим очень хорошее соответствие подгоночных результатов и наших данных. Небольшая селективность поляризации $1 - \varepsilon = 90\%$ обусловлена дизайном детектора. Большая величина ε отражает необходимость баланса при выборе параметров поляризации. Значение τ_0 также соответствует ожидаемой величине. Наша упрощенная трехуровневая модель системы без управления, подверженной излучательному распаду и безызлучательному переносу населенности, применима только после окончания действия возбуждающего импульса. Величина τ_0 , полученная с помощью подгонки, находится в области затухания возбуждающего импульса. По существу, моделирование с экстраполяцией к началу действия импульса определяет время, начиная с которого модель является корректной. Для более точной формулировки потребовалась бы модель, включающая в себя резонансную управляющую динамику, которая возникает во время действия возбуждающего импульса, а также достаточно большое время ($\sim 2 \text{ нс}$) затухания импульса, что находится за рамками данного анализа. Применимость упрощенной модели доказывает, что измерения декогерентности Раби и поляризации флуоресценции дают последовательную картину смешивания населенности.

3. ОСОБЕННОСТИ РАСПРЕДЕЛЕНИЯ ПОЛЯ СОБСТВЕННЫХ МОД В АЛМАЗНЫХ АСИММЕТРИЧНЫХ МР И ФМ НА ИХ ОСНОВЕ

Точные аналитические решения для оптического спектра деформированных дисков могут быть получены только для очень простых геометрических форм с вращательной симметрией. Поэтому разработаны приближенные аналитические методы нахождения оптического спектра, основанные на теории возмущений [25, 40–42], а также квазиклассическом подходе [43–45]. Альтернативный способ состоит в численном решении уравнений Максвелла, например, с помощью метода граничных элементов [46]. Его основная идея состоит в том, чтобы заменить двумерные дифференциаль-

ные уравнения одномерными интегральными уравнениями (обычно с применением функции Грина), а затем разбить границу микродиска на небольшие элементы, вдоль которых функция, описывающая поле, и ее нормальная производная считаются постоянными.

Другим универсальным способом численного решения уравнений Максвелла, который мы применили в настоящей работе, является метод конечных временных областей. Важные преимущества данного метода состоят в том, что с его помощью можно моделировать спектральные характеристики оптических структур произвольной формы, в том числе асимметричных МР и оптических структур с дефектами, а также получать временные зависимости электромагнитных полей. Базовый алгоритм метода конечных временных областей, предложенный в работе [47], представляет собой схему дискретизации уравнений Максвелла, где узлы сетки для электрического и магнитного полей смещены по отношению друг к другу на половину шага по каждой из пространственных переменных и по времени. Конечно-разностные уравнения позволяют определить значения полей в узлах сетки на некотором временном шаге на основании известных значений электрических и магнитных полей на предыдущем шаге. При заданных начальных условиях вычислительная процедура дает эволюционное решение во времени от начала отсчета с заданным временным шагом.

Рассмотрим алмазный эллипс (показатель преломления $n_c = 2.4$) толщиной d , горизонтальная полуось которого имеет размер R_1 , а вертикальная R_2 . При $d = 143 \text{ нм}$ и $R_1 = R_2 = 3 \text{ мкм}$ эллипс является микродиском, поддерживающим ТМ-моду шепчущей галереи, длина волны $\lambda_c = 641 \text{ нм}$ которой находится вблизи длины волны $\lambda = 637 \text{ нм}$ бесфононного оптического перехода NV-центра в алмазе. Проекция электрического поля на аксиальную ось диска имеет $m = 40$ максимумов, расположенных вдоль бокового края (ТМ_{40,1}-мода), величина поля в которых одинакова и составляет примерно 2800 В/см . NV-центр, расположенный в одной из пучностей, будет эффективно взаимодействовать с данной модой МР. Изменение размера одной из осей эллипса, например, размера R_2 горизонтальной полуоси, приводит к появлению асимметрии структуры и, как следствие, к модификации ее спектральных свойств. Во-первых, величина поля в пучностях теперь меняется вдоль боковой поверхности: поле концентрируется вблизи фокусов эллипса (рис. 2). Во-вторых, при увеличении R_2 с сохранением остальных размеров

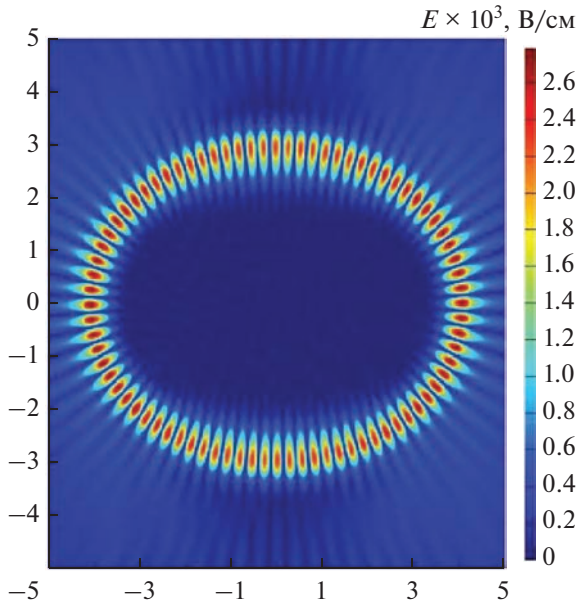


Рис. 2. Двумерное распределение модуля электрического поля при $R_1 = 3.2$ мкм, $R_2 = 4.2$ мкм и $d = 118$ нм при $\lambda = \lambda_c = 682$ нм.

и, следовательно, объема резонатора $V = \pi R_1 R_2 d$ собственная длина волны λ_c моды монотонно растет (рис. 3а), а ее частота $\omega_c = 2\pi c/\lambda_c$ уменьшается (c — скорость света в вакууме), что дает возможность настройки моды эллипса в резонанс с бесфононным оптическим переходом NV-центра. При этом, однако, несмотря на концентрацию поля вблизи фокусов, рост объема МР приводит к падению значения E_m и уменьшению взаимодействия МР с NV-центром, помещенным в пучность. Асимметрия МР оказывает существенное влияние и на излучательную добротность Q , которую мы определяли по времени затухания сигнала внутри эллипса. Максимальная величина Q наблюдается при полном отсутствии асимметрии МР (рис. 3б). При $R_1 = R_2 = 3.5$ мкм, $d = 118$ нм добротность примерно равна $Q \sim 1.5 \times 10^3$, что соответствует скорости $\Gamma_{ph} = \omega_c/Q \sim 2$ ТГц ухода фотонов из МР. Это величина значительно больше скоростей смешивания и распада электронных спиновых состояний NV-центра (см. предыдущий раздел). Отклонение размера R_2 горизонтальной полуоси эллипса от значения R_1 влечет за собой падение добротности и еще большее увеличение Γ_{ph} . Отметим, что уменьшение размера вертикальной полуоси с 3.5 до 3 мкм (с одновременным увеличением толщины эллипса для сохранения значения λ_c вблизи 637 нм) повышает максимальную добротность МР более чем на три порядка. Однако в этом случае скорость ухода фотонов все рав-

но значительно превосходит остиальные скорости диссипации в системе NV-центр + МР, а деградация добротности и, как следствие, и рост величины Γ_{ph} , вызванных асимметрией МР, гораздо сильнее.

На рис. 3 также представлены результаты для эллипсов с различными размерами вертикальной полуоси R_1 и толщины d . Видно, что увеличение R_1 при сохранении объема МР приводит к падению длины волны моды и росту максимального значения электрического поля. Азимутальная зависимость электрического поля показывает, что его максимальное значение E_m находится вблизи двух точек пересечения большой оси эллипса с линией его боковой поверхности (рис. 4). Следовательно, для увеличения энергии взаимодействия МР с NV-центром необходимо помещать последний именно в такие области. Увеличение размеров эллипса приводит к росту длины волны и, как следствие, к выводу NV-центра из резонанса с данной модой. В то же время такой эллипс может поддерживать МШГ с другим числом m максимумов электрического поля. На рис. 5 приведены результаты для $m = 50$, из которых видно, что поведение соответствующих кривых аналогично случаю $m = 40$ (см. рис. 3). Можно лишь отметить уменьшение максимального значения электрического поля, обусловленное увеличением объема резонатора.

В работе [48] было проведено моделирование однофотонного спектроскопического отклика алмазной ФМ, состоящей из трех микроколец, и подобраны параметры структуры для обеспечения оптимальных транспортных свойств. В рамках модели, аналогичной приближению сильной связи [49], была рассчитана вероятность однофотонного возбуждения ФМ слабым лазерным полем. Зависимость вероятности возбуждения системы от частоты лазера имела пики, связанные с собственными модами ФМ, причем пучности электромагнитного поля мод располагались по краям микроколец. Было показано, что NV-центр, находящийся в пучности, эффективно взаимодействует с транспортной модой ФМ, что может быть использовано для создания квантового электрометра. Однако там рассматривалась структура, где внешняя и внутренняя боковые поверхности колец имели форму окружности. В настоящей работе с помощью метода конечно-временных областей мы провели численное моделирование оптических свойств ФМ, состоящей из двух алмазных эллипсов, и исследовали влияние асимметрии МР на спектральные характеристики структуры. Оптическое взаимодействие МР, как и в отсутствие асимметрии, приводит к расщеплению спектральных пиков, соответствующих модам одиночного эллипса. Вместо одной моды возникают две моды с длинами волн $\lambda^{(-)}$ и $\lambda^{(+)}$ ($\lambda^{(-)} < \lambda^{(+)}$), двумерное распределение

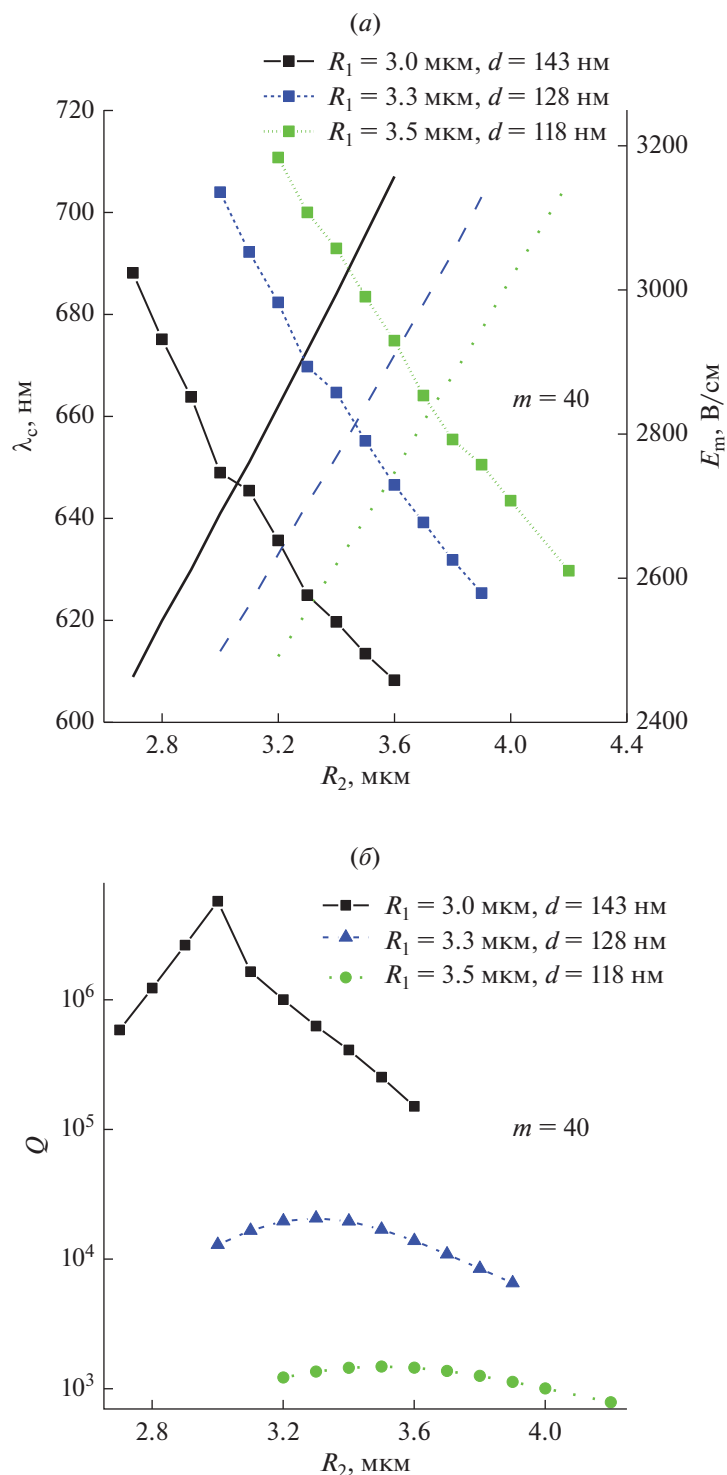


Рис. 3. Зависимость длины волны λ_c моды и максимальной величины электрического поля E_m (a) и излучательной добротности (б) от размера R_2 горизонтальной полуоси эллипса при различных значениях R_1 и d .

электрического поля для которых различается (рис. 6). Мода, имеющая длину волны с частотой $\lambda^{(-)}$ ($\lambda^{(+)}$), является нечетной (четной) функцией координаты оси, соединяющей центры эллипсов.

Тот факт, что обе моды являются общими для двух МР, позволяет использовать такую структуру для запутывания спиновых состояний NV-центров, находящихся в разных эллипсах, за счет обмена

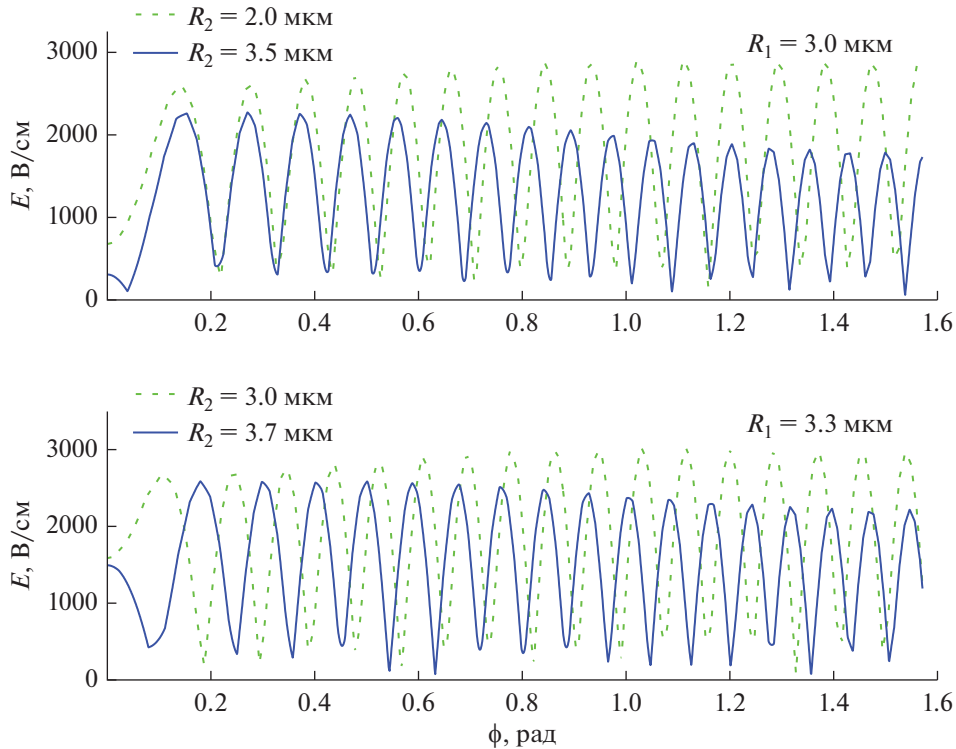


Рис. 4. Зависимость модуля электрического поля от полярного угла при $\lambda = \lambda_c$ для эллипсов с различными размерами.

когерентными фотонами между ними. Кроме того, такая схема позволяет ослабить паразитный эффект спектральной диффузии, связанный с тем, что возбуждение NV-центра лазером приводит к стохастическому изменению частоты его бесфононного перехода за счет перераспределения сторонних зарядов в окрестности центра. Косвенное возбуждение NV-центра, помещенного в один из МР, может осуществляться фотонами, поступающими из другого МР, находящегося, в свою очередь, под воздействием лазера, по общей моде ФМ.

В рамках подхода, развитого в [49], коэффициент оптической связи (фотонного перескока) между двумя высокодобротными МР дается следующим выражением:

$$J = \pi \hbar c \left(\frac{1}{\lambda^{(-)}} - \frac{1}{\lambda^{(+)}} \right), \quad (20)$$

где $\hbar$ — постоянная Планка. Таким образом, получив спектр ФМ, мы вычисляли величину J при различных параметрах системы. При увеличении расстояния L между боковыми поверхностями эллипсов оптическое взаимодействие между МР экспоненциально уменьшается (рис. 7а), что приводит к сближению спектральных пиков. Это результат хорошо согласуется с моделью [49]. При этом взаимодействие между эллипсами боль-

шего объема, но меньшей толщины, будет сильнее. Это обусловлено тем, что их добротность ниже и, следовательно, электромагнитное поле вне МР больше. Далее мы исследовали влияние асимметрии на спектр ФМ, меняя размер R_1 вертикальной полуоси обоих эллипсов, зафиксировав их остальные размеры и расстояние между МР. Оказалось, что уменьшение величины R_1 для обоих эллипсов приводит к линейному падению длины волны четной и нечетной моды, однако расстояние $\lambda^{(+)} - \lambda^{(-)}$ между пиками не меняется (рис. 7б), а, значит, сохраняется и коэффициент оптического взаимодействия. Если расстояние между эллипсами составляет 100 нм, то при $R_2 = 3.2$ мкм, $d = 130$ нм величина J примерно равна 2.3 мЭВ, а при $R_2 = 3.6$ мкм, $d = 115$ нм она составляет 3.1 мЭВ независимо от размера R_1 . Следовательно, подстройка частоты ФМ за счет изменения размера вертикальной полуоси эллипсов не оказывает влияние на оптическое взаимодействие МР, а, значит, и на скорость транспортировки фотонов между ними.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В работе в рамках континуального приближения для спектра акустических фононов в кристаллическом алмазе получены выражения для скоростей релаксации и дефазировки электрон-

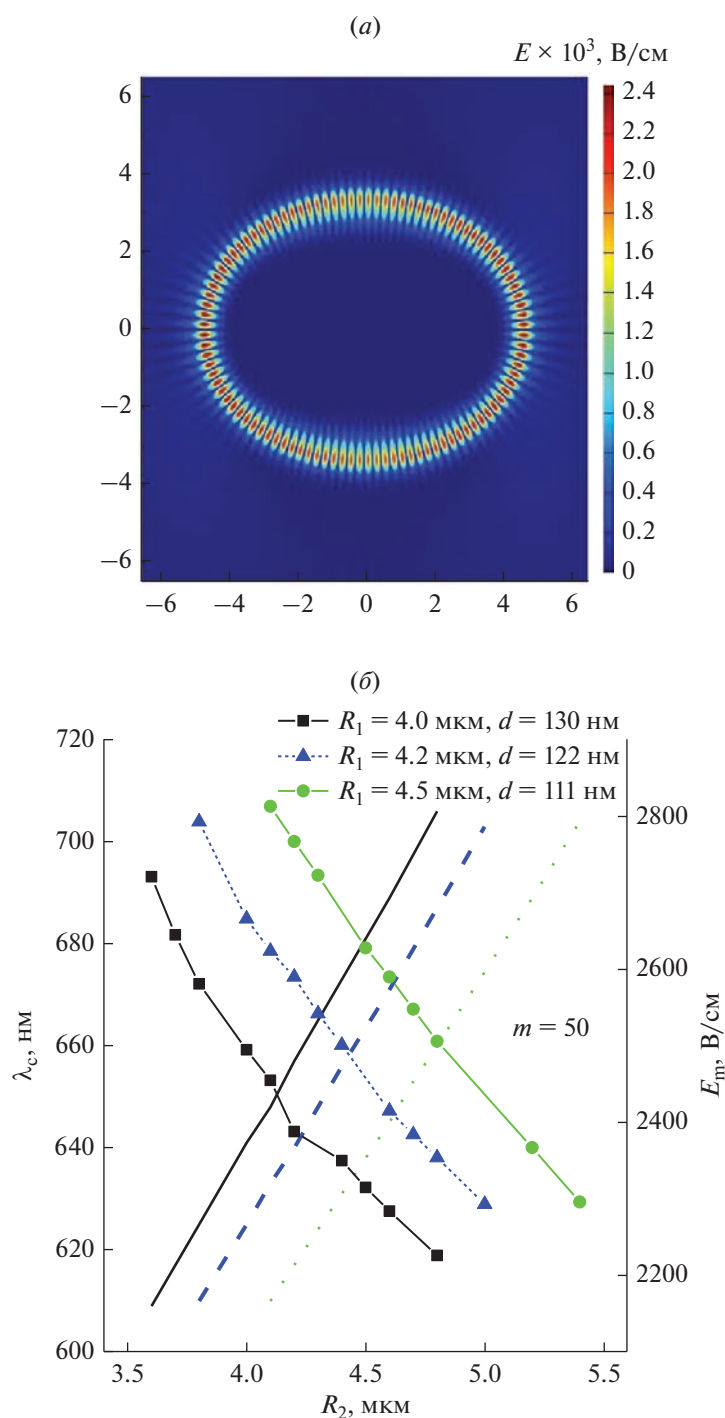


Рис. 5. Двумерное распределение модуля электрического поля для при $R_1 = 3.6$ мкм, $R_2 = 4.8$ мкм и $d = 130$ нм при $\lambda = \lambda_c = 677$ нм (а) и зависимость длины волны λ_c моды и максимальной величины электрического поля E_m от размера R_2 горизонтальной полуоси эллипса при различных значениях R_1 и d (б).

ного состояния NV-центра. Исследованы зависимости времени когерентности центра от температуры и структурных параметров. Проанализирована модель смешивания возбужденных электронных состояний центра и его влияние на рабиевские

осцилляции заселенностей и резонансную флуоресценцию. Сформулированы условия, при которых возможно реализовать квантовые однокубитные операции как в спиновом, так и зарядовом подпространствах NV-центра.

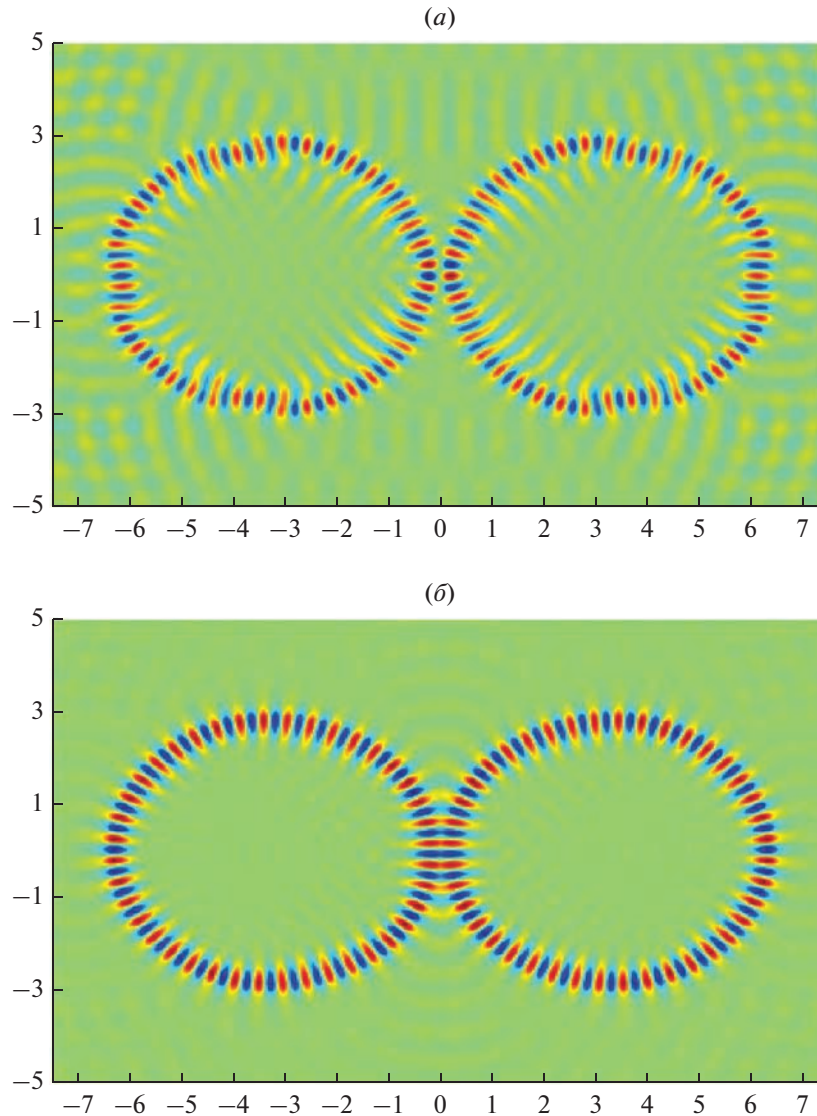


Рис. 6. Двумерное распределение z -проекции электрического поля (в усл. ед.) для нечетной (вверху) и четной (внизу) моды с $m = 40$ при $R_1 = 3$ мкм, $R_2 = 3.2$ мкм, $d = 130$ нм и $L = 100$ нм.

С помощью численного решения уравнений Максвелла методом конечных временных областей проведено моделирование оптических свойств алмазных эллиптических МР. Параметры эллипса подобраны так, что одна из его высокодобротных собственных МШГ имеет частоту, близкую к частоте оптического бесфононного перехода в NV-центре в алмазе. Показано, что увеличение размера одной из полуосей приводит к росту собственной длины волны моды и уменьшению электрического поля вследствие возрастания объема МР. Однако основная особенность МШГ, а именно, распределение пучностей электрического поля вдоль боковой поверхности МР, сохраняются. Следовательно, NV-центр, помещенный в одну из пучностей та-

кой моды, будет эффективно взаимодействовать с МР. Асимметрия значительно уменьшает излучательную добротность МР, а, значит, и скорость ухода фотонов из системы, которая, тем не менее, значительно больше фоновых скоростей смешивания и распада электронных спиновых состояний NV-центра. При этом эллипсы с меньшей площадью продольного сечения, но с большей толщиной имеют более высокую добротность.

Были исследованы спектральные характеристики ФМ на основе двух эллиптических МР и продемонстрировано расщепление спектральных пиков МШГ, свидетельствующее об оптическом взаимодействии МР. Показано, что ве-

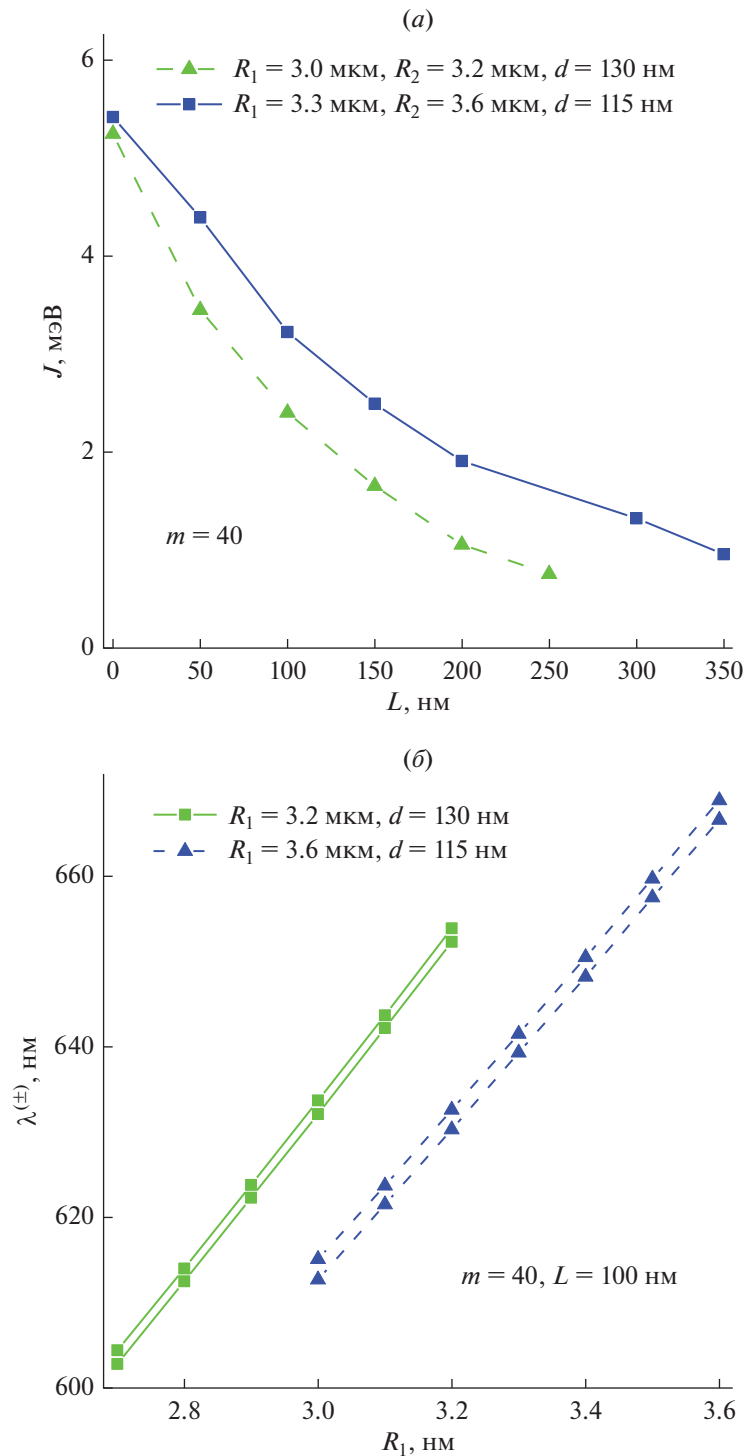


Рис. 7. Зависимость коэффициента оптического взаимодействия от расстояния между боковыми поверхностями МР (а) и зависимость собственных длин волн ФМ от размера R_1 вертикальной полуоси эллипса при различных значениях R_2 и d (б).

личина взаимодействия определяется расстоянием между МР и слабо зависит от геометрических параметров эллипса.

Авторы выражают благодарность М.С. Рогачеву за помощь в поиске литературы. Работа вы-

полнена в рамках Государственного задания ФТИАН им. К.А. Валиева РАН Минобрнауки РФ по теме № FFNN-2022-0016 “Фундаментальные и прикладные исследования в области разработки методов высокоточного моделиро-

вания и контроля элементной базы квантовых компьютеров”.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Цуканов А.В., Катеев И.Ю. Экспериментальная алмазная фотоника: современное состояние и перспективы развития. Часть I // Микроэлектроника. 2016. Т. 45. С. 325.
2. Цуканов А.В., Катеев И.Ю. Экспериментальная алмазная фотоника: современное состояние и перспективы развития. Часть II // Микроэлектроника. 2016. Т. 45. С. 403.
3. Цуканов А.В., Катеев И.Ю. Нано-и оптоэлектромеханические системы в структуре управления спиновыми кубитами на NV-центрах в алмазе // Труды ФТИАН. 2017. Т. 26. С. 3.
4. Bar-Gill N., Pham L.M., Jarmola A., Budker D., Walsworth R.L. Solid-state electronic spin coherence time approaching one second // Nat. Commun. 2013. V. 4. P. 1743.
5. Pfaff W., J. Hensen B., Bernien H., Van dam S.B., Blok M.S., Taminiau T.H., Tiggelman M.J., Schouten R.N., Markham M., Twitchen D.J., Hanson R. Unconditional quantum teleportation between distant solid-state quantum bits // Science. 2014. V. 345. P. 532.
6. Hensen B., Bernien H., Dréau A.E., Reiserer A., Kalb N., Blok M.S., Ruitenberg J., Vermeulen R.F.L., Schouten R.N., Abellán C., Amaya W., Pruneri V., Mitchell M.W., Markham M., Twitchen D.J., Elkouss D., Wehner S., Taminiau T.H., Hanson R. Loophole-free Bell inequality violation using electron spins separated by 1.3 km // Nature. 2015. V. 526. P. 682.
7. Cramer J., Kalb N., Rol M.A., Hensen B., Blok M.S., Markham M., Twitchen D.J., Hanson R., Taminiau T.H. Repeated quantum error correction on a continuously encoded qubit by real-time feedback // Nat Commun. 2016. V. 7. P. 11526.
8. Atatüre M., Englund D., Vamivakas N., Lee S.-Y., Wrachtrup J. Material platforms for spin-based photonic quantum technologies // Nat. Rev. Mater. 2018. V. 3. P. 38.
9. Awschalom D.D., Hanson R., Wrachtrup J., Zhou B.B. Quantum technologies with optically interfaced solid-state spins // Nat. Photon. 2018. V. 12. P. 516.
10. Wan N.H., Lu T.-J., Chen K.C., Walsh M.P., Trusheim M.E., De Santis L., Bersin E.A., Harris I.B., Mouradian S.L., Christen I.R., Bielejec E.S., Englund D. Large-scale integration of artificial atoms in hybrid photonic circuits // Nature. 2020. V. 583. P. 226.
11. Burek M.J., Meuwly C., Evans R.E., Bhaskar M.K., Sipahigil A., Meesala S., Machielse B., Sukachev D.D., Nguyen C.T., Pacheco J.L., Bielejec E., Lukin M.D., Lončar M. Fiber-coupled diamond quantum nanophotonic interface // Phys. Rev. Applied. 2017. V. 8. P. 024026.
12. Elshaari A.W., Pernice W., Srinivasan K., Benson O., Zwiller V. Hybrid integrated quantum photonic circuits // Nat. Photon. 2020. V. 14. P. 285.
13. Robledo L., Bernien H., van Weperen I., Hanson R. Control and coherence of the optical transition of single nitrogen vacancy centers in diamond // Phys. Rev. Lett. 2010. V. 105. P. 177403.
14. Batalov A., Jacques V., Kaiser F., Siyushev P., Neumann P., Rogers L.J., McMurtrie R.L., Manson N.B., Jelezko F., Wrachtrup J. Low temperature studies of the excited-state structure of negatively charged nitrogen-vacancy color centers in diamond // Phys. Rev. Lett. 2009. V. 102. P. 195506.
15. Городецкий М.Л. Оптические микрорезонаторы с гигантской добротностью. М.: Физматлит, 2011. 416 с.
16. Schwefel H.G.L., Rex N.B., Tureci H.E., Chang R.K., Stone A.D., Ben-Messaoud T., Zyss J. Dramatic shape sensitivity of directional emission patterns from similarly deformed cylindrical polymer lasers // J. Opt. Soc. Am. B. 2004. V. 21. P. 923.
17. Chern G.D., Tureci H.E., Stone A.D., Chang R.K., Kneissl M., Johnson N.M. Unidirectional lasing from InGaN multiple-quantum-well spiral-shaped micropillars // Appl. Phys. Lett. 2003. V. 83. P. 1710.
18. Hentschel M., Kwon T.-Y., Belkin M.A., Audet R., Capasso F. Angular emission characteristics of quantum cascade spiral microlasers // Opt. Express. 2009. V. 17. P. 10335.
19. Kullig J., Wiersig J. Perturbation theory for asymmetric deformed microdisk cavities // Phys. Rev. A. 2016. V. 94. P. 043850.
20. Lee S.-Y., Rim S., Ryu J.-W., Kwon T.-Y., Choi M., Kim C.-M. Quasiscattered resonances in a spiral-shaped microcavity // Phys. Rev. Lett. 2004. V. 93. P. 164102.
21. Wiersig J., Hentschel M. Combining directional light output and ultralow loss in deformed microdisks // Phys. Rev. Lett. 2008. V. 100. P. 033901.
22. Yan C., Wang Q.J., Diehl L., Hentschel M., Wiersig J., Yu N., Pflügl C., Capasso F., A. Belkin M., Edamura T., Yamanishi M., Kan H. Directional emission and universal far-field behavior from semiconductor lasers with limaçon-shaped microcavity // Appl. Phys. Lett. 2009. V. 94. P. 251101.
23. Song Q., Fang W., Liu B., Ho S.-T., Solomon G.S., Cao H. Chaotic microcavity laser with high quality factor and unidirectional output // Phys. Rev. A. 2009. V. 80. P. 041807.
24. Yi C.-H., Kim M.-W., Kim C.-M. Lasing characteristics of a Limaçon-shaped microcavity laser // Appl. Phys. Lett. 2009. V. 95. P. 141107.
25. Kraft M., Wiersig J. Perturbative analysis of whispering-gallery modes in limaçon-shaped microcavities // Phys. Rev. A. 2014. V. 89. P. 023819.
26. Ge L., Sarma R., Cao H. Rotation-induced evolution of far-field emission patterns of deformed microdisk cavities // Optica. 2015. V. 2. P. 323.
27. Boriskina S.V., Benson T.M., Sewell P.D., Nosich A.I. Highly efficient design of spectrally engineered whispering-gallery-mode microlaser resonators // Opt. Quant. Electron. 2003. V. 35. P. 545.
28. Wang Q.J., Yan C., Yu N., Unterhinninghofen J., Wiersig J., Pflügl C., Diehl L., Edamura T., Yamanishi M., Kan H., Capasso F. Whispering-gallery mode resonators for highly unidirectional laser action // Proc. Natl. Acad. Sci. USA. 2010. V. 107. P. 22407.

29. Wang Q.J., Yan C., Diehl L., Hentschel M., Wiersig J., Yu N., Pflügl C., Belkin M.A., Edamura T., Yamanishi M., Kan H., Capasso F. Deformed microcavity quantum cascade lasers with directional emission // *New J. Phys.* 2009. V. 11. P. 125018.
30. Lee J.Y., Luo X., Poon A.W. Coupled spiral-shaped microdisk resonators with non-evanescent asymmetric inter-cavity coupling // *Opt. Express*. 2007. V. 15. P. 17313.
31. Chern G.D., Fernandes G.E., Chang R.K., Song Q., Xu L., Kneissl M., Johnson N.M. High-Q-preserving coupling between a spiral and a semicircle μ -cavity // *Opt. Lett.* 2007. V. 99. P. 1093.
32. Jiang T., Xiang Y. Perturbation model for optical modes in deformed disks // *Phys. Rev. A*. 2019. V. 92. P. 023847.
33. Badel M., Wiersig J. Corrected perturbation theory for transverse-electric whispering-gallery modes in deformed microdisks // *Phys. Rev. A*. 2019. V. 99. P. 063825.
34. Abtew T.A., Sun Y.Y., Shih B.-C., Dev P., Zhang S.B., Zhang P. Dynamic Jahn-Teller effect in the NV⁻ center in diamond // *Phys. Rev. Lett.* 2011. V. 107. P. 146403.
35. Plakhotnik T., Doherty M.W., Manson N.B. Electron-phonon processes of the nitrogen-vacancy center in diamond // *Phys. Rev. B*. 2015. V. 92. P. 081203(R).
36. Goldman M.L., Sipahigil A., Doherty M.W., Yao N.Y., Bennett S.D., Markham M., Twitchen D.J., Manson N.B., Kubanek A., Lukin M.D. Phonon-induced population dynamics and intersystem crossing in nitrogen-vacancy centers // *Phys. Rev. Lett.* 2015. V. 114. P. 145502.
37. Neumann P., Kolesov R., Jacques V., Beck J., Tisler J., Batalov A., Rogers L., Manson N.B., Balasubramanian G., Jelezko F. Excited-state spectroscopy of single NV defects in diamond using optically detected magnetic resonance // *New J. Phys.* 2009. V. 11. P. 013017.
38. Fuchs G.D., Dobrovitski V.V., Toyli D.M., Heremans F.J., Weis C.D., Schenkel T., Awschalom D.D. Excited-state spin coherence of a single nitrogen-vacancy centre in diamond // *Nat. Phys.* 2010. V. 6. P. 668.
39. Fuchs G.D., Dobrovitski V.V., Hanson R., Batra A., Weis C.D., Schenkel T., Awschalom D.D. Excited-state spectroscopy using single spin manipulation in diamond // *Phys. Rev. Lett.* 2008. V. 101. P. 117601.
40. Dubertrand R., Bogomolny E., Djellali N., Lebental M., Schmit C. Circular dielectric cavity and its deformations // *Phys. Rev. A*. 2008. V. 77. P. 013804.
41. Wiersig J. Perturbative approach to optical microdisks with a local boundary deformation // *Phys. Rev. A*. 2012. V. 85. P. 063838.
42. Ge L., Song Q., Redding B., Cao H. Extreme output sensitivity to subwavelength boundary deformation in microcavities // *Phys. Rev. A*. 2013. V. 87. P. 023833.
43. Shim J.-B., Wiersig J. Semiclassical evaluation of frequency splittings in coupled optical microdisks // *Opt. Express*. 2013. V. 21. P. 24240.
44. White M.M., Creagh S.C. Quality factors of deformed dielectric cavities // *J. Phys. A: Math. Theor.* 2012. V. 45. P. 275302.
45. Creagh S.C., White M.M. Differences between emission patterns and internal modes of optical resonators // *Phys. Rev. E*. 2012. V. 85. P. 015201.
46. Wiersig J. Boundary element method for resonances in dielectric microcavities // *J. Opt. A: Pure Appl. Opt.* 2003. V. 5. P. 53.
47. Yee K.S. Numerical solution of initial boundary value problems involving Maxwell's equations in isotropic media // *IEEE Transactions on Antennas and Propagation*. 1966. V. 14. P. 302.
48. Цуканов А.В., Розачев М.С., Камеев И.Ю. Однофотонный отклик и спектроскопия фотонной молекулы на основе алмазных микроколец // *Микроэлектроника*. 2017. Т. 46. С. 411.
49. Bayindir M., Temelkuran B., Ozbay E. Tight-binding description of the coupled defect modes in three-dimensional photonic crystals // *Phys. Rev. Lett.* 2000. V. 84. P. 2140.